**VỊ TRÍ TƯƠNG ĐỐI CỦA ĐƯỜNG THẲNG VÀ ĐƯỜNG TRÒN**

**A. Tóm tắt lý thuyết**

1. Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn

Cho đường tròn (O) và đường thẳng a bất kì. Gọi d là khoảng cách từ tâm O của đường tròn đến đường thẳng a, khi đó:

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn | Số điểm chung | Hệ thức giữa d và R |
| Đường thẳng và đường tròn cắt nhau | 2 | d < R |
| Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc | 1 | d = R |
| Đường thẳng và đường tròn không giao nhau | 0 | d > R |

2. Định lý

Nếu một đường thẳng là tiếp tuyến của một đường tròn thì nó vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

**B. Bài tập và các dạng toán**

**Dạng toán liên quan đến tính độ dài**

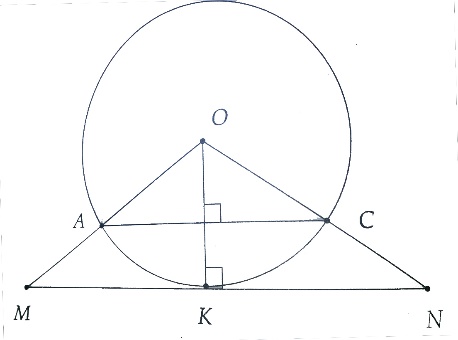
**Cách giải:** Ta nối tâm với tiếp điểm để vận dụng định lý về tính chất của tiếp điểm và sử dụng định lý pyatago.

**Bài 1:** Cho đường tròn tâm O bán kính 6cm và một điểm A cách O là 10cm. Kẻ tiếp tuyến AB với đường tròn trong đó B là tiếp điểm. Tính độ dài đoạn AB

**Lời giải**

Ta có  vuông tại B 

**Bài 2:** Cho đường tròn (O; R) và dây . Vẽ một tiếp tuyến song song với AB, cắt các tia OA, OB lần lượt tại M và N. Tính diện tích tam giác OMN

**Lời giải**

Tiếp tuyến MN, tiếp điểm K. Vì AB // MN nên 

Ta tính được 

**Bài 3:** Cho đường tròn (O; 2 cm) và một điểm A chạy trên đường tròn đó. Từ A vẽ tiếp tuyến xy. Trên xy lấy một điêm M sao cho . Hỏi điểm M di động trên đường nào khi A chạy trên (O)?

**Lời giải**

Tính được  di chuyển trên 

**Bài 4:** Cho đường tròn (O; 2 cm) và điểm A ngoài (O). Từ A kẻ cát tuyến với (O), cắt (O) tại B và C. Cho biết AB = BC và kẻ đường kính COD, tính độ dài đoạn thẳng AD.

**Lời giải**

Chứng minh được OB là đường trung bình của 

**Bài 5:** Cho điểm M cách đường thẳng xy 6cm, vẽ đường tròn (M;10)

a. Chứng minh rằng đường tròn tâm M và đường thẳng xy cắt nhau

b. Gọi hai giao điểm là P và Q. Tính PQ

**Lời giải**

a. Kẻ  là khoảng cách từ M đến xy

 xy cắt (0;10cm) tại P và Q

b. Ta có  (Quan hệ vuông góc đường kính và dây)   
Xét 

**Bài 6:** Cho hình vuông ABCD, trên đường chéo BD lấy điểm I sao cho BI = BA. Đường thẳng kẻ qua I vuông góc với BD cắt AD ở E.

a. So sánh AE, EI, ID

****b. Xác định vị trí tương đối của đường thẳng BD với đường tròn (E; EA)

**Lời giải**

a. Ta có 

 vuông cân 

Từ (1)(2) 

b. Ta lại có   
mặt khác :  đường thẳng BD tiếp xúc với (E :EA)

**Bài 7:** Cho nửa đường tròn tâm O, đường kính AB. M là 1 điểm thuộc nửa đường tròn, qua M vẽ tiếp tuyến với nửa đường tròn. Gọi D và C theo thứ tự là các hình chiếu của A và B trên tiếp tuyến ấy

a. Chứng minh rằng M là trung điểm của CD

b. Chứng minh AB =BC + AD

c. Giả sử , gọi E là giao điểm của AD với nửa đường tròn. Xác định dạng của tứ giác BDCE

****d. Xác định vị trí của điểm M trên nửa đường tròn sao cho tứ giác ABCD có diện tích lớn nhất. Tính diện tích đó theo bán kính của nửa đường tròn đã cho.

**Lời giải**

a. Hình thang ABCD có AO = OB, OM // AD // BC  M là trung điểm của CD

b. Ta có: AB = 2OM = BC + AD

c. Tứ giác BDCE là hình chữ nhật vì có 3 góc vuông

d. 

**Bài 8:** Cho đoạn thẳng AB và trung điểm O của AB. Trên cùng một nửa mặt phẳng bờ AB vẽ tia Ax, By vuông góc với AB. Trên các tia Ax và By lấy theo thứ tự hai điểm C và D sao cho , kẻ 

a. Chứng minh rằng H thuộc đường tròn tâm O đường kính AB.

b. Xác định vị trí tương đối của CD với đường tròn (O)

**Lời giải**

a. Kéo dài DO cắt AC ở E, ta có 

b. Ta có H thuộc đường tròn (O),  tại H  khoảng cách từ O đến CD bằng bán kính của (O). Vậy CD tiếp xúc với (O) tại H.

**Bài 9:** Cho điểm A cách đường thẳng xy một khoảng 12 cm

a. Chứng minh  cắt đường thẳng xy tại hai điểm phân biệt

b. Gọi hai giao điểm của  với xy là B, C. Tính độ dài đoạn thẳng BC

**Lời giải**

a) Kẻ  cắt xy tại hai điểm B và C

b) Tính được 

**Bài 10:** Cho nửa đường tròn (O) đường kính AB. Lấy điểm C là điểm thuộc (O) và gọi d là tiếp tuyến qua C với với (O). Kẻ AE và BF cùng vuông góc với d; CH vuông góc với AB

a. Chứng minh  và 

b. Khi C di chuyển trên một nửa đường tròn, tìm vị trí của điểm C để  có độ dài lớn nhất

**Lời giải**

a) Chứng minh được OC là đường trung bình của hình thang AEFB nên C là trung điểm của EF. Chứng minh được 

b) Ta có :  là điểm chính giữa 